

## 2 Divisibility

**Definition 2.1**  $a \in \mathbb{Z}$  is divisible by  $b \in \mathbb{N}$  (denoted by  $a : b$ ) if there exists  $c \in \mathbb{Z}$  such that  $a = bc$ .

**Problem 2.1** Prove: if  $a : c$  and  $b : c$  then  $(a + b) : c$ .

**Problem 2.2** Prove: if  $a : c$  and  $b : c$  then  $(a - b) : c$ .

**Problem 2.3** Prove: if  $b : c$  then  $a : c$  iff  $(a - b) : c$ .

**Problem 2.4** Prove: if  $a : c$  then for any  $b$ ,  $(ab) : c$ .

**Problem 2.5** Prove: if  $a : b$  and  $b : c$  then  $a : c$ .

**Problem 2.6** True or False: if  $a : b$  and  $a : c$  then  $a : (b + c)$ .

**Problem 2.7** True or False: if  $a : b$  and  $a : c$  then  $a : (bc)$ .

**Problem 2.8** True or False: if  $a : (bc)$  then  $a : b$  and  $a : c$ .